

종단 속도 실험

(주)한국과학

(2020)

실험 목적

- Vernier Video Analysis를 사용하여 공기 저항을 경험하는 낙하 물체의 위치, 속도 및 시간 데이터를 측정할 수 있다.
- 물체의 속도 vs 시간 그래프 분석을 통해 물체가 종단 속도(v_T)에 도달했다는 것을 확인할 수 있다.
- 공기에 의한 저항력($F_{drag} = -bv$)을 분석할 수 있다.

실험 도입

공기 중에 움직이는 물체에 작용하는 힘과 운동을 분석할 때, 우리는 종종 공기 저항을 배제함으로써 운동이 일어나는 상황을 단순화시킨다. 많은 경우에 물체에 작용하는 힘이 공기 저항을 무시할 정도로 형성되어 있어 그렇게 하는 것이 적절하다. 하지만 물체가 크거나 빠르게 움직이는 경우 공기 저항을 배제할 수 없게 된다. 이 실험에서는 공기 저항을 배제할 수 없는 낙하 물체의 운동을 주제로 하고 있다.

Vernier Video Analysis를 이용해 커피 필터가 떨어지는 영상을 분석한다. 커피 필터는 질량이 적고 표면적이 비교적 넓기 때문에 공기 저항을 많이 받는다. 공기 저항력을 분석하기 위해 위치 vs 시간, 속도 vs 시간 그래프를 조사한다.

실험 준비물

- Vernier Video Analysis

사전 조사

평평한 종이를 꺼내어 바닥에서 1.5m 정도 위에 놓고 떨어뜨린다.

- ① 종이가 낙하할 때, 어떤 요인이 종단 속도(v_T)에 영향을 미치는지 생각해보고 이를 정리해본다.
- ② 종이의 낙하 속도가 공기 저항에 의해 어떤 영향을 받는지 생각해본다.

실험 방법

1. Vernier Video Analysis 실행한 후 Sample Videos 목록에서 'Coffee Filers'을 선택한다.

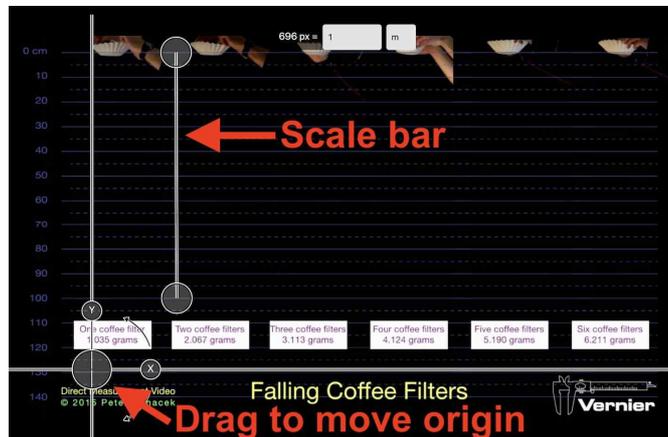
- ① 물체의 운동이 익숙해질 수 있도록 비디오를 확인한다.
- ② 이후 다음 단계에 따라 비디오를 분석한다.

2. 커피 필터의 움직임을 쉽게 볼 수 있도록 비디오 창을 크게 만든다. 이 방법에는 두 가지가 있다.

- ① 비디오와 화면의 그래프, 데이터 테이블 사이의 구분선을 오른쪽으로 끈다.
- ② 화면에서 그래프 및 데이터 테이블을 제거하려면 보기()를 사용하여 설정할 수 있다.

3. 비디오에서 크기를 설정한다.

- ① 크기()를 클릭하면 스케일 바와 축이 나타난다.
- ② 비디오의 자(1m)의 끝과 끝이 일치하도록 스케일 바를 드래그한다.
- ③ 길이의 단위가 올바르게 설정되어 있는지 확인한다. (1m)



4. 앞으로 가기() 및 뒤로 가기()를 사용하여 커피 필터가 제자리에 고정되어 있지 않은 프레임으로 동영상을 이동한다.

5. 커피 필터의 위치를 포인트로 표시한다. 기본적으로 커피 필터의 위치를 표시할 때마다 비디오는 한 프레임씩 진전한다. 이런 영상분석의 경우 비디오가 한 번에 한 프레임 이상의 가속 모션을 하도록 설정하면 분석이 더 빨리 진행된다.

- 프레임 설정을 변경하려면 고급 비디오 옵션()을 클릭하고 고급 프레임(Advance Frame)을 5, 10 프레임으로 변경한다.

6. 비디오 도중 커피 필터가 움직일 때 커피 필터의 위치를 표시한다.

- ① 추가()를 클릭한다.
- ② 커피 필터의 위치를 표시할 곳을 결정한다. (예: 필터의 중앙, 필터의 오른쪽 하단 끝)
(**중요: 위치를 일관되게 표시해야 하므로 십자형 포인트를 항상 커피 필터의 동일한 위치에 둔다)

- ③ 커피 필터의 선택한 위치에 십자형 포인터를 배치한 다음 클릭하여 첫 번째 점을 추가한다.
(*참고: 휴대폰, 태블릿을 사용하는 경우 먼저 십자형 포인터를 배치하고 비디오 프레임의 아무 곳이나 클릭하여 표시할 수 있다.)
- ④ 커피 필터가 원하는 위치에 도달할 때까지 이 과정을 반복한다. 점을 편집하려면 편집()을 클릭한다. 편집을 사용하면 일치하지 않는 점을 수정하거나 삭제할 수 있다.
(*참고: 정확한 점을 표시하기 위해 트레일() 설정을 해제하여 현재 프레임의 점을 제외한 모든 점을 숨길 수 있다.)

7. 보기()를 사용하여 두 개의 그래프를 표시하고 비디오와 데이터 테이블을 숨긴다. Vernier Video Analysis는 기본적으로 시간의 함수로 물체의 x, y 위치를 표시한다. 커피 필터와 같은 낙하 물체의 경우 y성분의 속도 vs 시간 그래프만 조사한다. 그러므로 그래프에 표시되는 데이터를 변경하려면 수직 축 레이블을 클릭한 후 설정을 변경한다. 이 같은 방법으로 두 개의 그래프를 설정한다.

- ① y위치 vs 시간 그래프
- ② y속도 vs 시간 그래프

실험 결과

1. y속도 vs 시간 그래프를 분석해보자.
 - ① 커피 필터의 속도가 일정한 속도에 도달하기 전에는 어떻게 변하는지 생각해본다.
 - ② 그래프 도구()를 사용하여 그래프의 통계를 내본다.
 - ③ 통계 창을 보고 커피 필터의 평균 속도 값을 기록한다. 이 평균 속도는 커피 필터의 종단 속도(v_T)이다.
2. 종단 속도(v_T)는 지구의 중력과 공기의 저항력이 균형을 이룰 때 물체가 가지는 속도이다.
 - 커피 필터가 떨어지는 동안 공기 저항은 일정했는지 생각해보고, y속도 vs 시간 그래프의 특징을 바탕으로 설명해본다.
3. 변화하는 저항력을 설명하는 간단한 관계식은 $F_{drag} = -bv$ 이다.

$$F_{drag} = -bv \quad (* b : \text{저항 계수}, v : \text{물체의 속도})$$

이 저항력에 대한 관계식을 보면 물체의 v (물체의 속도)가 증가함에 따라 물체에 작용하는 저항력이 증가하게 된다. $v = v_T$ 일 때 저항력의 크기가 중력($F_g = mg$)과 같아진 것을 알 수 있다. 이러한 관계를 바탕으로 m, g, b 를 사용하여 v_T 를 수식으로 표현해보자.

4. 이전 단계에서 얻은 수식과 비디오의 데이터를 사용하여 커피 필터의 저항 계수(b)를 찾아보자. (*참고 : 단위까지 기록한다.)

5. 커피 필터가 종단 속도(v_T)에 도달하기 전 운동에 대해 살펴본다. 초기 속도(v_0)와 종단 속도(v_T) 사이의 시간 동안 속도가 빨라지지만 점점 더 느리다. 이 움직임을 뉴턴의 제 2법칙으로 설명해보자.

$$F_{Net} = ma$$

$$bv - mg = ma$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{b}{m}v - g$$

$v_{(t)}$ 가 위의 방정식을 충족할 수 있는 함수를 고려하였을 때 하나의 가능성은 자연 지수함수 $v_{(t)} = ae^{ct} + b$ 이다.

$$v_{(t)} = ae^{ct} + b \quad (* a, b, c = constant)$$

왜냐하면 지수함수의 파생 함수가 다른 지수함수이기 때문이다. 분석한 y속도 데이터가 지수함수와 얼마나 부합하는지 생각해보자.

- ① 필요한 경우 통계 창을 닫는다.
- ② 모든 y속도 데이터 지점을 선택하려면 드래그하여 선택한다.
- ③ 그래프 도구()를 사용하여 곡선 추세선을 적용한다.
- ④ 곡선 추세선 목록에서 자연 지수를 선택한 다음 적용을 클릭한다.
- ⑤ 곡선 추세선을 적용한 그래프의 스크린을 저장하고 적합 매개 변수(a, b, c)를 기록한다.

6. 자연 지수 곡선 추세선의 방정식에서 상수 b 와 ae^{ct} 라는 두 개의 항이 있다.

- ① 시간에 따라 방정식이 전체적으로 어떻게 변하는지 생각해본다.
- ② 종단 속도(v_T)에 해당하는 적합한 매개 변수를 생각해본다.
- ③ 실험에서 측정된 종단 속도(v_T)의 값과 매개 변수의 값이 어떻게 일치하는지 생각해본다.

실험 확장

1. 비디오의 서로 다른 커피 필터에 대해 데이터 수집과 분석을 반복한다. 각 데이터에 $F_{drag} = -bv$ 식이 잘 나타나는지 확인한다.
2. 커피 필터와 같이 상대적으로 저항력이 큰 물체를 선택한다. 카메라 또는 모바일 장치를 이용하여 물체가 낙하하는 비디오를 기록한 다음 커피 필터에서처럼 데이터를 수집하고 분석한다.